حل دورة 2016 الفصل الثاني

1-مميز الحلقة$R=\{0,3,6,9,12\}$ بالنسبة للجمع والضرب بالمقاس15 يساوي **10** (خطأ) الـ5 لأن الحلقة R واحديه والحيادي فيها هو الـ6 والمميز اصغر عدد طبيعي مضروب بالحيادي=الصفر

$$2.6=12 \quad ,3.6=3 \quad ,4.6=9 \quad \underbrace{5.6=0}_{\text{المميز } 5}$$

2-**الحلقة** $(Z_{15},+,.)$ **تحقق خاصية الاختصار** (خطأ) لأنها تحوي قوسم للصفر فهي ليست تامه $3.5=0$

3-**المثاليه$2Z$ حد مباشر في حلقة الأعداد الصحيحهZ** (خطأ) لأن العنصر 2 ليس جامدا في Z

4-ان **حلقة الخارج** $4Z/_{20Z}$ **ليست واحديه (خطأ)**

$$4Z/_{20Z}=\{0+12Z\ ,4+20Z\ ,8+20Z,12+20Z\ ,16+20Z\}$$

$.mod20$	$0+20Z$	$4+20Z$	$8+20Z$	$12+20Z$	$16+20Z$
$0+20Z$	$0+12Z$	$0+12Z$	$0+12Z$	$0+12Z$	$0+12Z$
$4+20Z$	$0+12Z$	$16+12Z$	$12+12Z$	$8+12Z$	$4+12Z$
$8+20Z$	$0+12Z$	$12+12Z$	$4+12Z$	$16+12Z$	$8+12Z$
$12+20Z$	$0+12Z$	$8+12Z$	$16+12Z$	$4+12Z$	$12+12Z$
$16+20Z$	$0+12Z$	$4+12Z$	$8+12Z$	$12+12Z$	$16+12Z$

واحديه والحيادي هو $16+20Z$ كما أنها حقل لأنها تبديليه وتامه ولكل عنصر يملك مقلوب

5- **ان عدد عناصر حلقة الخارج** $Z_{12}/_{6Z_{12}}$ **يساوي عنصرين فقط** (خطأ) 6 عناصر

$$Z_{12}/_{6Z_{12}}=\{\mathbf{0+6Z_{12},1+6Z_{12},2+6Z_{12},3+6Z_{12},4+6Z_{12},5+6Z_{12}}\}$$

6- **اذا كانت $B=6Z$ و $A=3Z$ مثاليتين في Z فإن $A.B=A\cap B$** (خطأ) لأن:

$$l_1=A.B=3Z.6Z=\mathbf{18Z}\neq l_2=A\cap B=3Z\cap 6Z=lcm(3,6)Z=\mathbf{6Z}$$

7--**ان العنصر $(1,3)$ جامد وقاسم للصفر في الحلقة $Z_3\oplus Z_6$** (صح) لأن

جامد لأن $(1,3)(1,3)=(1mod3,9mod6)=(0,3)$

قاسم للصفر لأن $(1,3)(0,2)=(0mod3,6mod6)=(0,0)$

8-**ان المثالية $\langle 5\rangle$ أعظميه في Z_{25}** (صح)

9- **اذا كانت R=Z_{12} فإن $J(R)=\langle 0\rangle$** (خطأ) $J(R)$ هو تقاطع لجميع المثاليات الاعظميه الموجوده في Z_{12} والمثاليات الاعظميه الموجوده في Z_{12} هي $\langle 3\rangle$, $\langle 2\rangle$, ومنه $J(R)=\langle 2\rangle\cap\langle 3\rangle=\langle 6\rangle$

10- اذا كانت $B = \langle 12 \rangle$ مثالية في حلقة الاعداد الصحيحه Z فإن $radB = \langle 4 \rangle$ (خطأ)

$$radB = \langle 2 \rangle \cap \langle 3 \rangle = \langle 6 \rangle$$

11--اذا كانت $B = 6Z$ و $A = 4Z$ مثاليتين في Z فإن $A{:}B = 12Z$ (خطأ)

لنوجد $4Z{:}6Z$ و$4Z$ و $6Z$ مثاليتين في الحلقة Z عندئذ:

.	0	± 1	± 2	± 3	± 4	± 5	± 6	…..
$6Z$	0	$6Z$	$12Z$	$18Z$	$24Z$	$30Z$	$36Z$	… …
الأحتواء في$4Z$	$\subseteq 6Z$	$\nsubseteq 6$	$\subseteq 6Z$	$\nsubseteq 6Z$	$\subseteq 6Z$	$\nsubseteq 6Z$	$\subseteq 6Z$	… …

اذا العناصر المحتواة في $6Z$ هي $\{0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots\}$ وهي عناصر $2Z$ ومنه نكتب

$$4Z{:}6Z = 2Z$$

12-المثاليه الصفرية أوليه في الحلقه $(Z_{15}, +, .)$ (خطأ) لأنها ليست تامه $3.5 = 0$

13- كانت $R = Z_{24}$ فإن $radR = \langle 3 \rangle$ (خطأ) $radR = \langle 2 \rangle \cap \langle 3 \rangle = \langle 6 \rangle$

14-ان الحدودية $f(x) = x^3 + x + 1$ هي حدودية اوليه فوق Z_3(خطأ) غير أوليه

لدينا $f(x)$ من الدرجة الثالثه و Z_3 حقل لان ال3 عدد اولي وحسب المبرهنه -اذا ملكت الحدوديه $f(x)$ فوق الحقل Z_p اصفار نقول عنها غير اوليه (بحيث $f(x)$ من الدرجة الثانيه او الثالثه)

وهي تملك صفر

$$f(0) = 1\ ,\ ,\ \underbrace{f(1) = 3mod3 = 0}_{\text{صفر}} \qquad f(2) = 1$$

****

الأستاذ:حسين علي